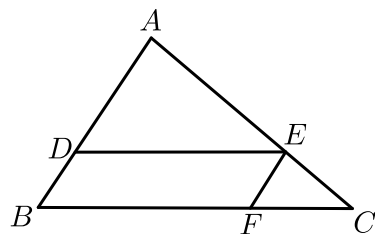


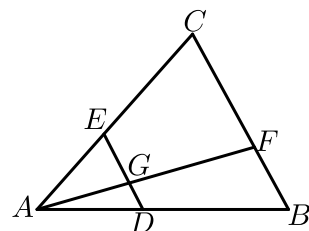
5. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ， $EF \parallel AB$ ， $AE = 2CE$ ， $AB = 6$ ， $BC = 9$ ．求：



- (1) 求 BF 和 BD 的长度．
 (2) 四边形 $BDEF$ 的周长．

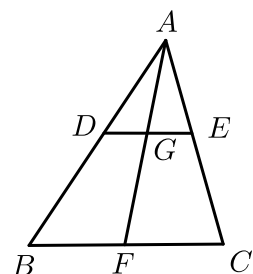
练习

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分别为 AB 、 AC 边上的点， $DE \parallel BC$ ，点 F 为 BC 边上一点，连接 AF 交 DE 于点 G ．则下列结论中错误的是（ ）．



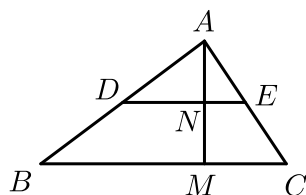
- A. $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$
 B. $\frac{EG}{CF} = \frac{DG}{BF}$
 C. $\frac{DB}{AE} = \frac{EC}{DG}$
 D. $\frac{CF}{AE} = \frac{BF}{AB}$

7. 如图， F 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上一点， $DE \parallel BC$ 交 AF 于点 G ，若 $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{4}$ ，则 $\frac{GE}{CF} =$ （ ）．

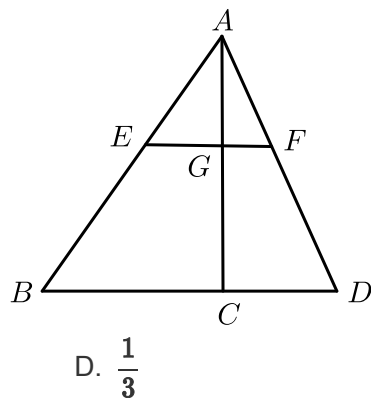


- A. $\frac{3}{7}$ B. $\frac{4}{7}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

8. 如图，已知 DE 为 $\triangle ABC$ 的中位线， $\triangle ABC$ 的高 AM 交 DE 于点 N ，则 $\frac{AN}{AM}$ 的值为 _____ ．



9. 如图, $\triangle ABD$ 中, $EF \parallel BD$ 交 AB 于点 E , 交 AD 于点 F , AC 交 EF 于点 G , 交 BD 于点 C ,
 $S_{\triangle AEG} = \frac{1}{8} S_{\text{四边形}EBCG}$, 则 $\frac{AF}{AD}$ 的值为().



A. $\frac{3}{4}$

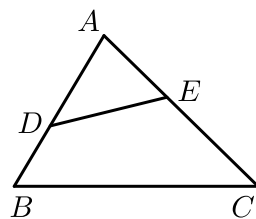
B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{3}$

练习

10. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ADE = \angle C$, 则下列等式成立的是().



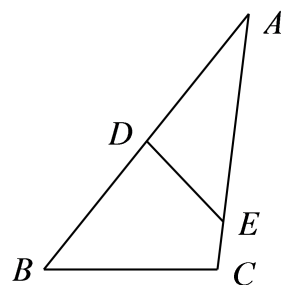
A. $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$

B. $\frac{AE}{BC} = \frac{AD}{BD}$

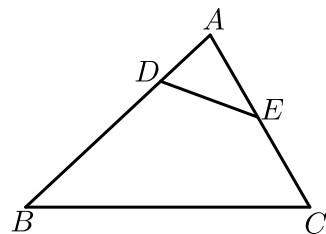
C. $\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AB}$

D. $\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$

11. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 AB 的中点, E 为 AC 上一点, 连接 DE , 若 $AB = 12$, $AE = 8$,
 $\angle ABC = \angle AED$, 则 $AC =$ _____ .

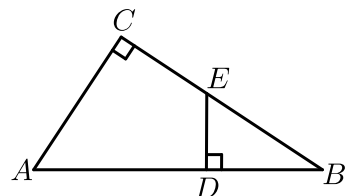


12. 如图, D , E 分别是 $\triangle ABC$ 边 AB , AC 上的点, $\angle ADE = \angle ACB$, 若 $AD = 2$, $AB = 6$,
 $AC = 4$, 则 $AE =$ _____ .

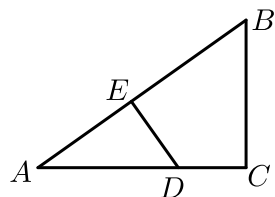


13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， E 是 BC 上一点， $ED \perp AB$ ，垂足为 D 。求证：

$$\triangle ABC \sim \triangle EBD.$$

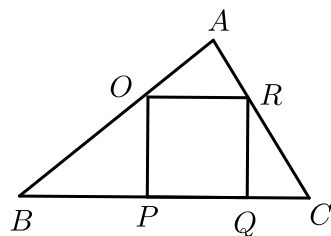


14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，点 D 在 AC 上， $DE \perp AB$ 于点 E ，若 $AC = 8$ ， $BC = 6$ ， $DE = 3$ ，求 AD 的长。



练习

15. 如图，正方形 $OPQR$ 内接于 $\triangle ABC$ ，已知 $S_{\triangle AOR} = 1$ ， $S_{\triangle BOP} = 3$ 和 $S_{\triangle CRQ} = 1$ ，求正方形 $OPQR$ 的边长 OP 。

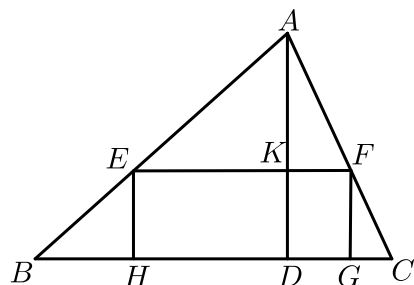


16. 已知锐角 $\triangle ABC$ 中，边 BC 长为12，高 AD 长为8。

(1) 如图，矩形 $EFGH$ 的边 GH 在 BC 边上，其余两个顶点 E 、 F 分别在 AB 、 AC 边上， EF 交 AD 于点 K 。

①求 $\frac{EF}{AK}$ 的值。

②设 $EH = x$ ，矩形 $EFGH$ 的面积为 S ，求 S 与 x 的函数关系式，并求 S 的最大值。

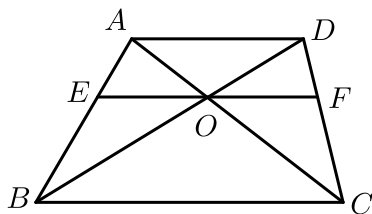


- (2) 若 $AB = AC$ ，正方形 $PQMN$ 的两个顶点在 $\triangle ABC$ 一边上，另两个顶点分别在 $\triangle ABC$ 的两边上，直接写出正方形 $PQMN$ 的边长。

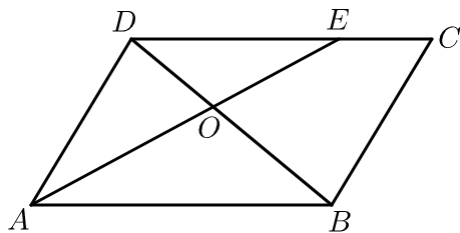
二、8字模型

练习

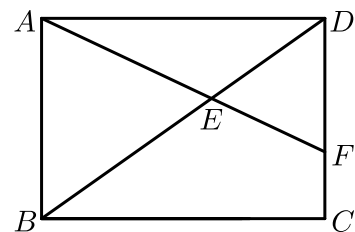
17. 梯形 $ABCD$ 中， AD 与 BC 平行， AC 与 BD 交于 O ，过 O 与 BC 平行的直线分别交 AB 、 CD 于 E 、 F ，则 OE 与 OF 的大小关系是 ()。



- A. $OE < OF$ B. $OE = OF$ C. $OE > OF$ D. 不确定
18. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， E 为 DC 上的一点， AE 交 BD 于 O ， $\triangle AOB \sim \triangle EOD$ ，若 $DE = \frac{2}{3}AB$ ， $AB = 9$ ， $AO = 6$ ，求 DE 和 AE 的长。



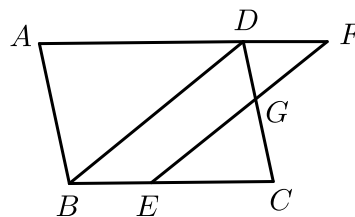
19. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB = \sqrt{3}$ ， $BC = \sqrt{6}$ ，点 E 在对角线 BD 上，且 $BE = 1.8$ ，连接 AE 并延长交 DC 于点 F 。



(1) 求 CF 的长 .

(2) 求 $\frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle BEA}}$ 的值 .

20. 如图 , 在平行四边形 $ABCD$ 中 , 点 E 在边 BC 上 , 点 F 在边 AD 的延长线上 , 且 $DF = BE$, EF 与 CD 交于点 G .

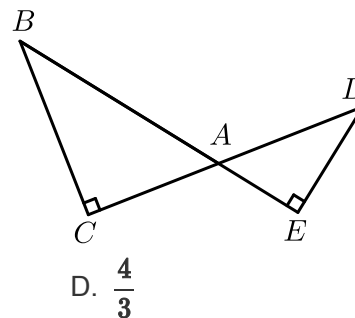


(1) 求证 : $BD \parallel EF$.

(2) 若 $\frac{DG}{GC} = \frac{2}{3}$, $BE = 4$, 求 EC 的长 .

练习

21. 如图 , $\angle C = \angle E = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$, $AE = 2$, 则 $AD = (\quad)$.



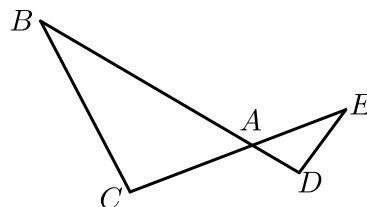
A. $\frac{5}{4}$

B. $\frac{5}{3}$

C. $\frac{10}{3}$

D. $\frac{4}{3}$

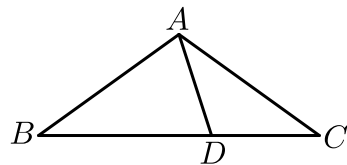
22. 已知 : 如图 , $AB \cdot AD = AC \cdot AE$, 求证 : $\triangle ABC \sim \triangle AED$.



三、 子母模型与射影定理

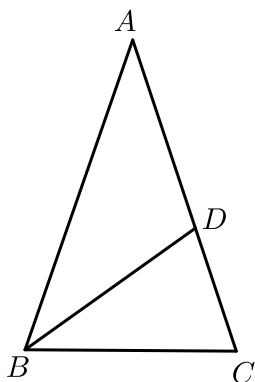
练习

23. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = a$ ，点 D 是边 BC 上的一点，且 $BD = a$ ， $AD = DC = 1$ ，则 a 等于（ ）。

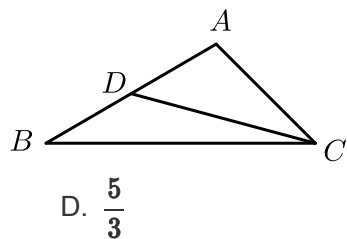


- A. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$
C. 1 D. 2

24. 如图，等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle BAC = 36^\circ$ ， $BC = 1$ ，点 D 在边 AC 上且 BD 平分 $\angle ABC$ ，则 $CD =$ _____。

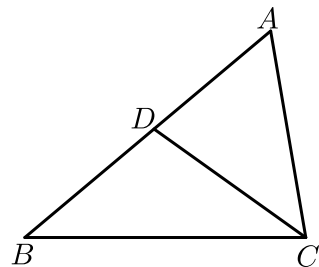


25. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $AB = 5$ ， $AC = 3$ ，点 D 在边 AB 上，且 $\angle ACD = \angle B$ ，则线段 AD 的长为_____。



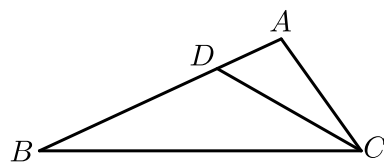
- A. $\frac{25}{3}$ B. $\frac{9}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{5}{3}$

26. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在 AB 上， $\angle ACD = \angle B$ ，若 $AD = 2$ ， $BD = 3$ ，则 AC 等于（ ）。



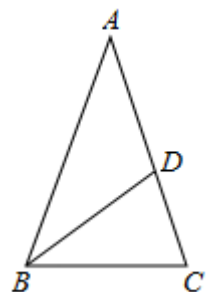
- A. 5 B. 6 C. $\sqrt{6}$ D. $\sqrt{10}$

27. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是 AB 边上的一点，若 $\angle ACD = \angle B$ ， $AD = 1$ ， $AC = 2$ ， $\triangle ADC$ 的面积为1，则 $\triangle BCD$ 的面积为（ ）.



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

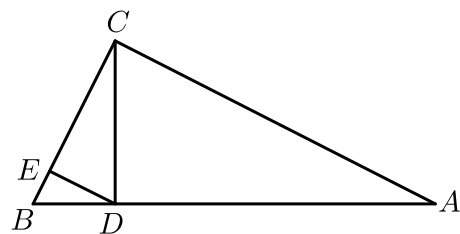
28. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 36^\circ$ ， $AB = AC$ ， BD 是 $\angle B$ 的平分线.



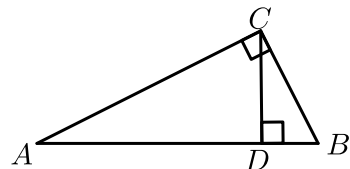
- (1) 求证： $AD^2 = CD \cdot AC$.
(2) 若 $AC = m$ ，求 AD 的长 .

练习

29. 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ 于 D ， $DE \perp BC$ 于 E ，若 $BE = 2$ ， $CD = 4\sqrt{5}$ ，则
 $AD = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $BD = \underline{\hspace{2cm}}$.



30. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ 于 D . 若 AD 、 BD 是方程 $x^2 - 10x + 16 = 0$ 的两个根 ($AD > BD$) . 求：



- (1) CD 的长 .
(2) $\frac{S_{\triangle BCD}}{S_{\triangle ABC}}$ 的值 .

31. 解答下列各题

- (1) 【问题情境】如图1, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, 我们可以利用 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ACD$ 相似证明 $AC^2 = AD \cdot AB$, 这个结论我们称之为射影定理, 试证明这个定理.

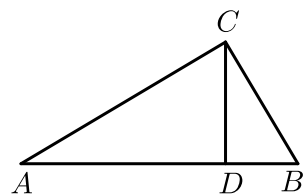


图 1

- (2) 【结论运用】如图2, 正方形 $ABCD$ 的边长为30, 点 O 为对角线 AC 、 BD 的交点, 点 E 在 CD 上, 过点 C 作 $CF \perp BE$, 垂足为 F , 连接 OF .

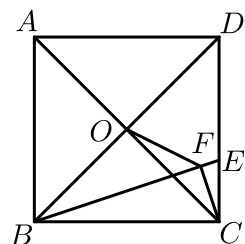
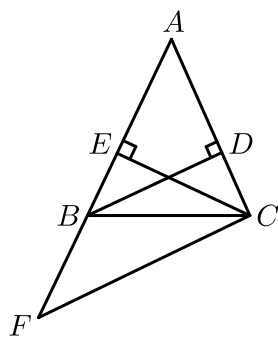
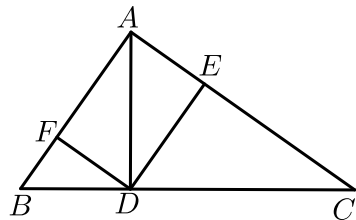


图 2

- ① 试利用射影定理证明 $\triangle BOF \sim \triangle BED$.
 - ② 若 $DE = 2CE$, 求 OF 的长.
32. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $BD \perp AC$ 于 D , $EC \perp AB$ 于 E , $CF \parallel BD$ 与 AB 的延长线交于 F . 求证: $AB^2 = AE \cdot AF$.



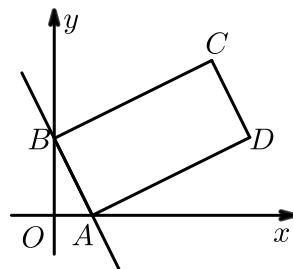
33. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, AD 是斜边 BC 上的高, $DE \perp AC$ 于 E , $DF \perp AB$ 于 F , 求证: $\frac{AB^3}{AC^3} = \frac{BF}{CE}$.



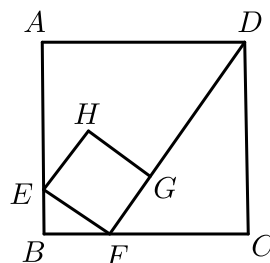
四、 一线三等角模型

练习

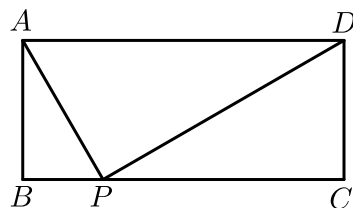
34. 已知，直线 $y = -2x + 2$ 与坐标轴交于 A 、 B 两点，以 AB 为短边在第一象限做一个矩形 $ABCD$ ，使得矩形的两边之比为 $1:2$ ．求 C 、 D 两点的坐标（ ）．



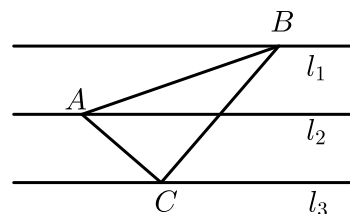
- A. $C(3, 3)$, $D(5, 2)$ B. $C(3, 3)$, $D(4, 2)$
C. $C(4, 4)$, $D(5, 2)$ D. $C(3, 3)$, $D(4, 1)$
35. 如图，在面积为24的正方形 $ABCD$ 中，有一个小正方形 $EFGH$ ，其中 E 、 F 、 G 分别在 AB 、 BC 、 FD 上．若 $BF = \frac{\sqrt{6}}{2}$ ，则小正方形的周长为（ ）．



- A. $\frac{5\sqrt{6}}{8}$ B. $\frac{5\sqrt{6}}{6}$
C. $\frac{5\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{10\sqrt{6}}{3}$
36. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AD = a$ ， $AB = b$ ，要使 BC 边上至少存在一点 P ，使 $\triangle ABP$ 、 $\triangle APD$ 、 $\triangle CDP$ 两两相似，则 a 、 b 间的关系式一定满足（ ）．



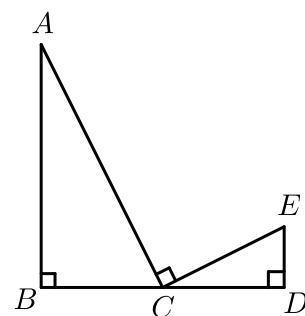
- A. $a \geq \frac{1}{2}b$ B. $a \geq b$
C. $a \geq \frac{3}{2}b$ D. $a \geq 2b$
37. 如图，将 30° 的直角三角板的三个顶点分别放置在三条等距离的平行线 l_1 ， l_2 ， l_3 上，若 $AC = 1$ ，则 l_1 ， l_2 之间的距离为（ ）．



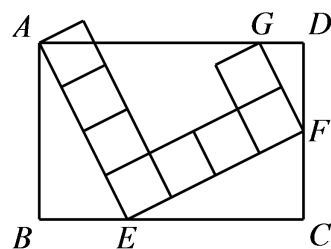
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
C. $\frac{\sqrt{21}}{7}$

B. $\frac{3}{5}$
D. $\frac{1}{2}$

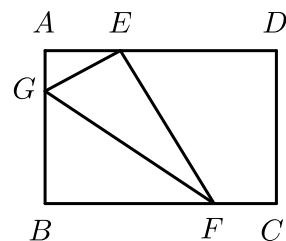
38. 如图, $AB \perp BD$, $ED \perp BD$, C 是线段 BD 的中点, 且 $AC \perp CE$, $ED = 2$, $AB = 6$, 那么 $BD =$ _____ .



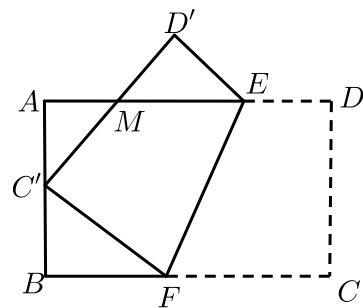
39. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 由 8 个面积均为 1 的小正方形组成的模板如图所示放置, 则矩形 $ABCD$ 的周长为 _____ .



40. 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, $AD = 9$, 点 E 为线段 AD 上一点, 且 $DE = 2AE$, 点 G 是线段 AB 上的动点, $EF \perp EG$ 交 BC 所在直线于点 F , 连接 GF . 则 GF 的最小值是 _____ .

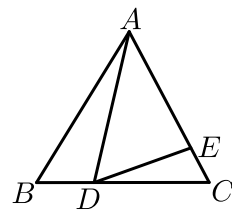


41. 如图, 将矩形 $ABCD$ 沿 EF 折叠, 使顶点 C 恰好落在 AB 边的中点 C' 上, 点 D 落在 D' 处, $C'D'$ 交 AE 于点 M . 若 $AB = 6$, $BC = 9$, 则 AM 的长为 _____ .

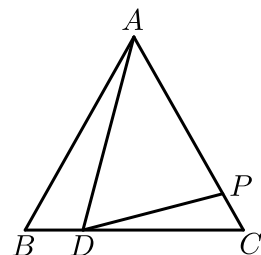


练习

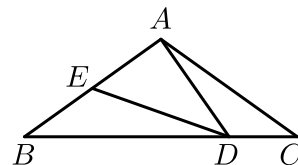
42. 如图，在边长为9的正三角形 ABC 中， $BD = 3$ ， $\angle ADE = 60^\circ$ ，则 AE 的长为 _____ .



43. 如图，在等边 $\triangle ABC$ 中， D 为 BC 边上的一点， P 为 AC 边上的一点， $\angle ADP = 60^\circ$ ， $BD = 1$ ， $CP = \frac{2}{3}$ ，则 $\triangle ABC$ 的边长为 _____ .



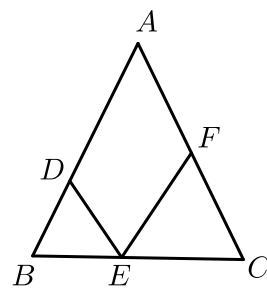
44. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 5$ ， $BC = 8$ ， D 、 E 分别为 BC 、 AB 边上一点， $\angle ADE = \angle C$.



(1) 求证： $\triangle BDE \sim \triangle CAD$.

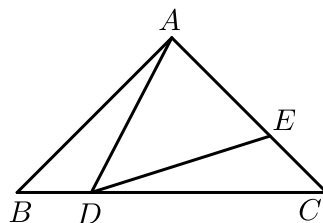
(2) 若 $CD = 2$ ，求 BE 的长 .

45. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 6$ ， $BC = 5$ ， D 是 AB 上一点， $BD = 2$ ， E 是 BC 上一动点，连接 DE ，并作 $\angle DEF = \angle B$ ，角的一边 EF 交线段 AC 于 F .



- (1) 求证： $\triangle DBE \sim \triangle ECF$.
- (2) 当 F 是线段 AC 中点时，求线段 BE 的长 .
- (3) 连接 DF ，如果 $\triangle DFE \sim \triangle DEB$ ，求 FC 的长 .

46. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC = 1$ ，点 D 是 BC 边上的一个动点（不与 B 、 C 点重合）， $\angle ADE = 45^\circ$.



- (1) 求证： $\triangle ABD \sim \triangle DCE$.
- (2) 设 $BD = x$ ， $CE = y$ ，求 y 与 x 的函数关系式 .
- (3) 当 $y = \frac{1}{2}$ 时，求 x 的值 .